

I ჯგუფი

1. გამოთვალეთ

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 13}.$$

2. ვთქვათ, a და b ნამდვილი რიცხვები აკმაყოფილებენ $0 \leq a \leq b \leq 1$ და $ab \neq 1$ პირობებს. დაამტკიცეთ, რომ

$$0 \leq \frac{b-a}{1-ab} \leq 1.$$

3. იპოვეთ $(4a + 3b)^{2019}$, თუ ცნობილია, რომ $ax + 4 = 3x - b$ წრფივ განტოლებას აქვს უამრავი ამონახსნი, სადაც a და b მუდმივებია.

4. იპოვეთ $x^3 + \frac{1}{x^3}$, თუ $x + \frac{1}{x} = 3$.

5. a -ს რა მნიშვნელობებისათვის აქვს $2x^4 - 7ax + 5a^2 = 0$ განტოლებას ერთი მაინც მთელი ფესვი?

II ჯგუფი

1. რომელ მთელ რიცხვთანაა ყველაზე ახლოს $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ გამოსახულების მნიშვნელობა? პასუხი დაასაბუთეთ.

2. ვთქვათ, f ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$. იპოვეთ x -ის იმ მნიშვნელობათა ჯამი, რომელთათვისაც $f(3x) = 7$.

3. $A(4,2)$ წერტილი $y = ax^2 + bx + c$ პარაბოლის წვეროა, ხოლო $B(2,0)$ წერტილი მდებარეობს ამ პარაბოლაზე. იპოვეთ abc .

4. იპოვეთ a კოეფიციენტის ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $x^2 + ax + 1 = 0$ და $x^2 - x - a = 0$ განტოლებებს აქვთ ნამდვილი საერთო ფესვი.

5. ვთქვათ, a და b დადებითი რიცხვებია, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობებს: $a^b = b^a$ და $b = 9a$. იპოვეთ a .

III ჯგუფი

1. იპოვეთ x -ის ის მნიშვნელობები, რომელთათვისაც $f(x^2 + 1) = [f(x)]^2 + 1$, სადაც $f(x) = x^3$.
2. ვთქვათ, a და b ისეთი რიცხვებია, რომ $ax^3 + bx^2 + 1$ მრავალწევრი იყოფა $x^2 - x - 1$ მრავალწევრზე. იპოვეთ $a^2 + b^2$.
3. იპოვეთ $12^{(1-a-b)/(2-2b)}$, თუ $60^a = 3$ და $60^b = 5$.
4. იპოვეთ $f(x) = f(-x)$ განტოლების არანულოვანი ნამდვილი ამონახსნები, თუ ყველა არანულოვანი ნამდვილი x -სათვის f ფუნქციას აქვს თვისება
$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x.$$
5. ვთქვათ, x და A ნამდვილი რიცხვებია. ამასთანავე,
$$A = \frac{3x - 1}{x + 1} - \frac{\sqrt{|x| - 2} + \sqrt{2 - |x|}}{|2 - x|}.$$
 იპოვეთ A^2 .

IV ჯგუფი

1. იპოვეთ a პარამეტრის იმ მთელი მნიშვნელობების კვადრატების ჯამი, რომელთათვისაც $5x^2 + 2ax + 1 = 0$ განტოლებას არ აქვს ნამდვილი ამონახსნი.
2. გამოთვალეთ $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ გამოსახულების მნიშვნელობა.
3. გამოთვალეთ $y = x^2 + 4x$ და $y = x + 4$ წირებს შორის მოთავსებული სიბრტყის ნაწილის ფართობი.
4. ამოხსენით $z^4 + 16 = 0$ განტოლება კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში.
5. სფეროში ჩახაზულია ცილინდრი. იპოვეთ უდიდესი მოცულობის მქონე ცილინდრის სიმაღლე, თუ სფეროს რადიუსია 5.